

# Інформаційно-вимірювальна система оцінки змінного періоду

<https://doi.org/10.31713/MCIT.2024.097>

Микола Приймак  
Тернопільський національний технічний  
університет імені Івана Пулюя.  
м. Тернопіль, Україна.  
pmw.ukr@ukr.net

Володимир Готович  
Тернопільський національний технічний  
університет імені Івана Пулюя.  
м. Тернопіль, Україна.  
gotovych@gmail.com

Василь Кохан  
Тернопільський національний технічний університет  
імені Івана Пулюя.  
м. Тернопіль, Україна.  
vsmentvs@gmail.com

**Ключові слова** – періодичні функції із змінним періодом; змінний період серцебиття; частота серцебиття; апроксимація змінного періоду, варіабельність серцевого ритму, оцінка аритмії.

## ВСТУП

1. Коли мова заходить про **періодичні функції** та їх **ряди Фур'є**, то, як правило, припускається, що період функцій є відомим. Для реальних періодичних сигналів їх період переважно невідомий. Така ж ситуація характерна і для **періодичних сигналів із змінним періодом (ЗП)**, наприклад, для електрокардіограм (**ЕКГ**), отриманих після дії на організм фізичного навантаження чи іншого збудника спокою. Щоб досліджувати такі ЕКГ, наприклад методами **рядів Фур'є**, необхідно знати їх ЗП  $T(x)$ . Оскільки в практичних дослідженнях змінний період ЕКГ (як загалом і для більшості сигналів із ЗП), є невідомим, виникає задача знаходження його **оцінки**. Крім побудови рядів Фур'є оцінка ЗП має також самостійне значення, в першу чергу при дослідженні варіабельності серцевого ритму. Деякі із питань оцінки ЗП розглядалися раніше [1,2]. Основною задачею цієї роботи є розробка **інформаційно-вимірювальної системи (ІВС)** побудови оцінки ЗП та її застосування кардіології для задач варіабельності серцевого ритму.

Побудову оцінки ЗП розглянемо на прикладі оцінки частоти серцебиття після дії на організм пацієнта фізичного навантаження. Метод оцінки умовно розділимо на **два етапи**. Спочатку проводяться **експерименти** та відбір необхідних даних, пізніше на їх основі знаходиться **оцінка** ЗП та змінної частоти (ЗЧ) у вигляді певних **апроксимаційних функцій**.

Розробка ефективних систем керування такими БПЛА є дуже важливою для забезпечення їх

надійної та безпечної експлуатації. Сучасні економічні умови вимагають від підприємств та організацій впровадження новітніх технологій, що сприяють оптимізації процесів та підвищенню конкурентоспроможності. У цьому контексті створення високоякісних систем керування БПЛА набуває особливої актуальності.

**Відбір експериментальних даних.** На першому етапі експерименту пацієнт піддається фізичному навантаженню (наприклад, двадцять глибоких присідань). Після цього здійснюється відбір моментів часу  $t_k, k = 1, 2, \dots, n + 1$ , в які з'являються пікові значення ( $R$ -зубці) ЕКГ. На основі послідовності  $t_k$  утворюємо послідовність

$$T_k = t_{k+1} - t_k, k = 1, 2, \dots, n.$$

Значення  $T_k$  – це по суті величини ЗП  $T(t)$  в моменти часу  $t_k$ . Обернені до періодів  $T_k$  величини є значеннями ЗЧ  $\nu_k = 1/T_k$ , які образно називають **частотою серцебиття**. Як приклад на рисунку 1 показано кожне **десяте** значення періодів  $T_k$  (графік 1) і частот  $\nu_k$  (графік 2)

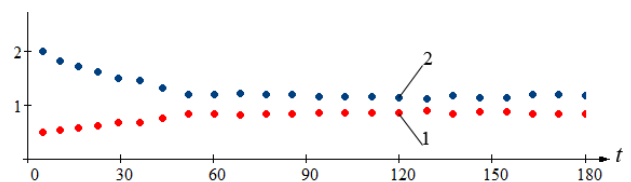


Рисунок 1. Кожне десяте значення ЗП  $T_k$ ,

(графік 1) та ЗЧ  $\nu_k$  (графік 2).

**Вибір функції апроксимації.** Для знаходження оцінки ЗП  $T(t)$  використаємо метод апроксимації експериментальних даних.

Аналізуючи показану на рисунку 1 поведінку значень  $T_k$  і  $v_k$ , видно, що підібрати апроксимуючу функцію для значень  $T_k$  є проблематично. В той же час поведінка  $v_k$  має вигляд експоненційної залежності, яку подамо у вигляді експоненційної функції

$$v(t) = a + be^{-\alpha t}, t \geq 0. \quad (1)$$

Оскільки період і частота обернено пропорційно пов'язані, апроксимуючою функцією для послідовності  $T_k$  є функція

$$T(t) = \frac{1}{v(t)} = \frac{1}{a + be^{-\alpha t}}. \quad (2)$$

**2. Міра відхилення функції апроксимації від експериментальних даних.** Степінь наближення функції апроксимації  $v(t)$  до експериментальних даних  $v_k$  визначається квадратичним відхиленням

$$S_v^2 = \sum_{k=1}^n (v_k - (a + be^{-\alpha t_k}))^2.$$

По аналогії з поняттям дисперсії величину  $\sigma_v^2 = S_v^2/n$  назвемо «дисперсійним» відхиленням, а значення

$$\sigma_v = \sqrt{S_v^2/n}, \quad (3)$$

– середньоквадратичним відхиленням

Мірою квадратичного відхилення функції апроксимації  $T(t)$  від значень  $T_k, k = 1, 2, \dots, n$ , є величина  $S_T^2 = \sum_{k=1}^n \left( T_k - \frac{1}{a + be^{-\alpha t_k}} \right)^2$ . та відповідне їй середньоквадратичне відхилення

$$\sigma_T = \sqrt{S_T^2/n}. \quad (4)$$

**Оцінка змінної частоти та змінного періоду.** За тематикою цієї роботи проведено ряд експериментальних досліджень. Наведемо результати лише двох експериментів. В

**експерименті 1** відбір моментів часу  $t_k$  здійснювався примітивним методом, без використання будь яких технічних приладів. В **експерименті 2** відбір даних здійснювався **реєстратором ЕКГ**, виготовленим АТЗП (акціонерне товариство закритого типу) «Сольвейг», модель 06000.1. Для відібраних даних була проведена їх апроксимація і обчислені значення параметрів  $a, b$  і  $\alpha$  та значення середньоквадратичних відхилень  $\sigma_v$  і  $\sigma_T$ .

**Приклад.** В таблиці 1 наведені значення параметрів  $a, b$  і  $\alpha$  та значення  $\sigma_v$  і  $\sigma_T$ , обчислені згідно (3) і (4). Верхня стрічка – це результати експерименту 1. Друга стрічка (експеримент 2а) – результати другого експерименту, коли для оцінки параметрів  $a, b$  і  $\alpha$  використовувалися всі значення послідовності  $v_k, k = 1, 2, \dots, n$ . Третя стрічка (експеримент 2б) – результати цього ж експерименту 2, але для оцінки параметрів використовувалося кожне десяте значення  $v_k$ .

Таблиця 1. Значення параметрів оцінки змінної частоти.

	$a$	$b$	$\alpha$	$\sigma_v$	$\sigma_T$
Експеримент 1	1,148	1,015	0,013	0,041	0,016
Експеримент 2а	1,252	0,897	0,041	0,247	0,184
Експеримент 2б	1,205	0,521	0,031	0,272	0,165

За обчисленими значеннями параметрів  $a, b, \alpha$  записані **аналітичні оцінки** (апроксимаційні функції) ЗЧ  $v(t)$  та ЗП  $T(t)$ . Для **експерименту 1** зміна частота

$$v(t) = 1.148 + 1.015 \times e^{-0.013 t},$$

змінний період

$$T(t) = \frac{1}{1.148 + 1.015 \times e^{-0.013 t}}.$$

Результати експерименту 1 наведені на рисунку 2. Експериментальні дані ЗЧ  $v_k, k = 10, 20, \dots, 10n$  – точковий графік 1б; оцінка ЗП  $v(t)$  – графік 1а; експериментальні дані ЗП  $T_k$  – точковий графік 2б; оцінка ЗП  $T(t)$  – графік 2а.

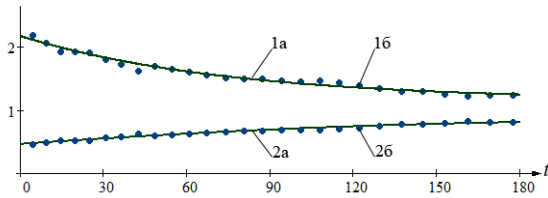


Рисунок 2. Результати експерименту 1: значення ЗЧ  $V_k$  – точковий графік 1а; оцінка ЗЧ  $v(t)$  – графік 1б; значення ЗП  $T_k$  – точковий графік 2а; оцінка ЗП  $T(t)$  – графік 2б.

Експериментальні дані та оцінка ЗЧ та ЗП для експерименту 2а показані на рисунку 3, дані для експерименту 2б наведені на рисунку 4.

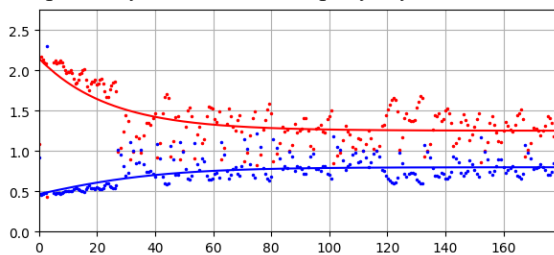


Рисунок 3. Результати експерименту 2а.

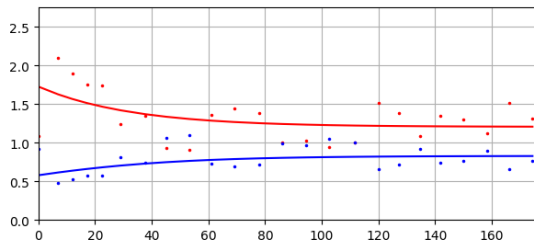


Рисунок 4. Результати експерименту 2б:

**Тлумачення параметрів  $a, b, \alpha$ .** При побудові оцінок змінної частоти і змінного періоду ми розглядали випадок, коли оцінка змінної частоти має вигляд експоненційної залежності, для опису якої були обчислені параметри  $a, b$  та  $\alpha$ . З позицій кардіології ці параметри мають чітку інтерпретацію при розгляді питання варіабельності (змінності) серцевого ритму при дії на організм збудника спокою.

✓ **Параметр  $a$**  означає **частоту** серцевого ритму (частоту пульсу) в стані **спокою**.

✓ **Параметр  $b$**  – величина, на яку **зростає частота** пульсу після дії на організм збудника спокою.

✓ **Сума  $a + b$**  – частота пульсу в перші моменти після дії збудника.

✓ **Параметр  $\alpha$**  характеризує «швидкість» стабілізації. При великих значеннях  $\alpha$  швидкість стабілізації прискорюється, тобто час стабілізації зменшується, при малих  $\alpha$  – навпаки.

**Зауваження.** На основі параметрів  $a, b, \alpha$  може бути обчислений час стабілізації серцебиття. Для цього необхідно попередньо провести консультації з кардіологами та побудувати відповідний алгоритм вказаного обчислення.

#### ВИСНОВКИ

У представлений роботі проведено аналіз. Звернуто увагу, що крім періодичних сигналів, період яких є постійним, а моделлю є періодичні функції, в прикладних дослідженнях спостерігаються сигнали, для яких теж характерна періодичність, проте період певним чином змінюється. Але якщо для періодичних функцій методи їх аналізу і в першу чергу теорія їх рядів Фур'є розвинута достатньо глибоко, то сигнали із змінним періодом практично не вивчалися. Лише в останні роки запропонована модель таких сигналів у вигляді періодичних функцій із змінним періодом. Як основний напрям досліджень періодичних функцій із змінним періодом вибрано побудову їх рядів Фур'є. При обчисленні коефіцієнтів ряду, використовується змінний період. Та оскільки для реальних сигналів їх змінний період є невідомим, постає задача його оцінки. В цій роботі побудована оцінка змінної частоти та змінного періоду. Розглянуто приклади отримання вказаних оцінок. Отримані результати відкривають перспективні напрямки дослідження реальних сигналів із змінним періодом, зокрема електрокардіограм, отриманих під час чи після дії на організм збудника спокою.

#### ЛІТЕРАТУРА

- [1] Приймак М.В., Сарабун Р.О., Дмитроца Л.П. Оцінка змінного періоду та змінної частоти // Вимірвальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – Хмельницький технологічний ун-т Поділля. – 2011. – №2. – С. 76-82.
- [2] Приймак М.В. Періодичні функції із змінним періодом та їх ряди Фур'є. Монографія. – Тернопіль: ТОВ Тернограф, 2024. – 136 с.